

## Asíntotas

- 23** Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a una de ellas:

a)  $y = \frac{2x}{x-3}$

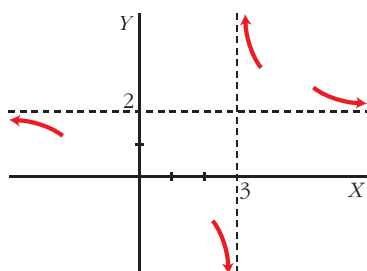
b)  $y = \frac{x-1}{x+3}$

c)  $y = \frac{2x+3}{4-x}$

d)  $y = \frac{2}{1-x}$

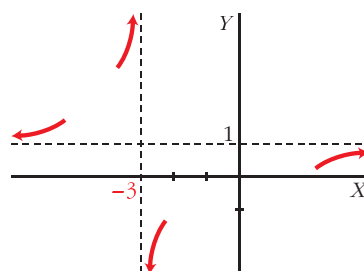
a) Asíntotas:

$x = 3; y = 2$



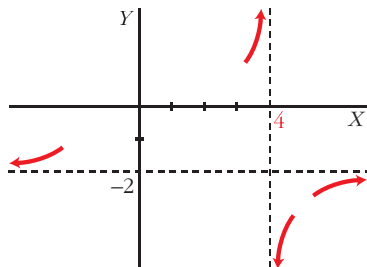
b) Asíntotas:

$x = -3; y = 1$



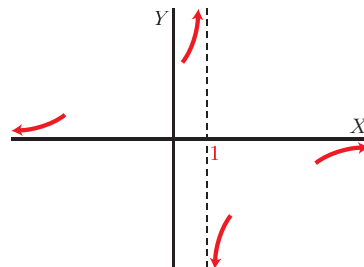
c) Asíntotas:

$x = 4; y = -2$



d) Asíntotas:

$x = 1; y = 0$



- 24** Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a ellas:

a)  $y = \frac{x^2}{x^2+4}$

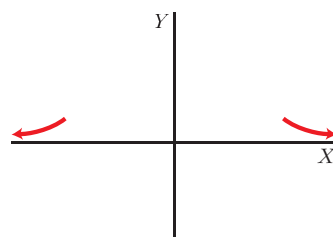
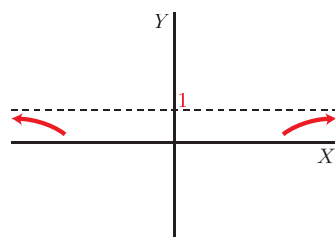
b)  $y = \frac{3}{x^2+1}$

c)  $y = \frac{2x^2-1}{x^2}$

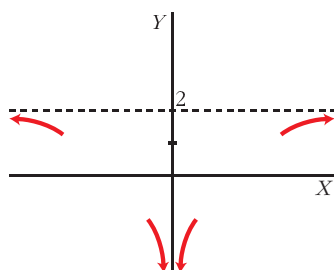
d)  $y = \frac{x^4}{x-1}$

a) Asíntota:  $y = 1$

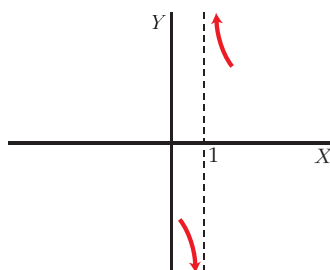
b) Asíntota:  $y = 0$



c) Asíntotas:  $x = 0$ ;  $y = 2$



d) Asíntota:  $x = 1$



**25** Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a ellas:

a)  $f(x) = \frac{4x+1}{2x-3}$

b)  $f(x) = \frac{3x}{2x-5}$

c)  $f(x) = \frac{1}{2-x}$

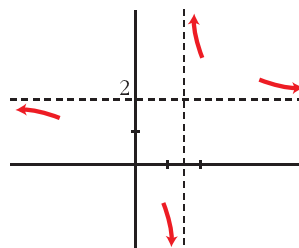
d)  $f(x) = \frac{1}{x^2+9}$

e)  $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$

f)  $f(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}$

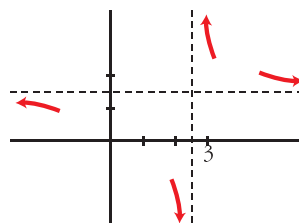
a) Asíntota vertical:  $x = \frac{3}{2}$

Asíntota horizontal:  $y = 2$



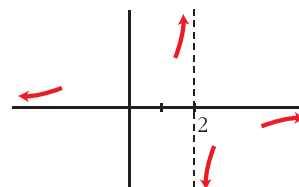
b) Asíntota vertical:  $x = \frac{5}{2}$

Asíntota horizontal:  $y = \frac{3}{2}$



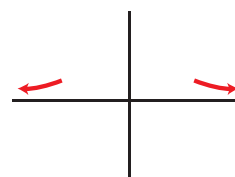
c) Asíntota vertical:  $x = 2$

Asíntota horizontal:  $y = 0$



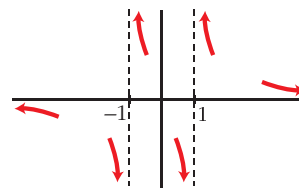
d) Asíntota vertical:  $y = 0$

No tiene más asíntotas.



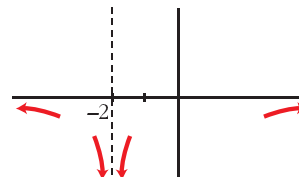
e) Asíntota vertical:  $x = 1$ ,  $x = -1$

Asíntota horizontal:  $y = 0$



f) Asíntota vertical:  $x = -2$

Asíntota horizontal:  $y = 0$



**26** Cada una de las siguientes funciones tiene una asíntota oblicua. Hállala y estudia la posición de la curva respecto a ella:

a)  $f(x) = \frac{3x^2}{x+1}$

b)  $f(x) = \frac{3+x-x^2}{x}$

c)  $f(x) = \frac{4x^2-3}{2x}$

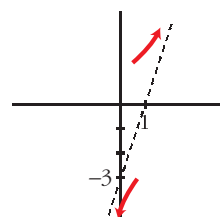
d)  $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-3}$

e)  $f(x) = \frac{2x^3-3}{x^2-2}$

f)  $f(x) = \frac{-2x^2+3}{2x-2}$

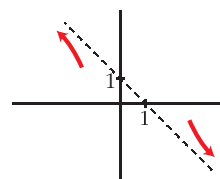
a)  $\frac{3x^2}{x+1} = 3x - 3 + \frac{3}{x+1}$

Asíntota oblicua:  $y = 3x - 3$



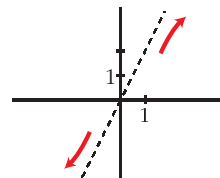
b)  $\frac{3+x-x^2}{x} = -x + 1 + \frac{3}{x}$

Asíntota oblicua:  $y = -x + 1$



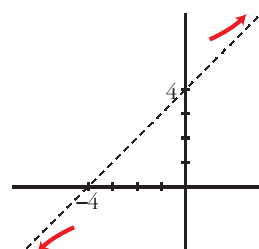
c)  $\frac{4x^2-3}{2x} = 2x - \frac{3}{2x}$

Asíntota oblicua:  $y = 2x$



d)  $\frac{x^2+x-2}{x-3} = x + 4 + \frac{10}{x-3}$

Asíntota oblicua:  $y = x + 4$

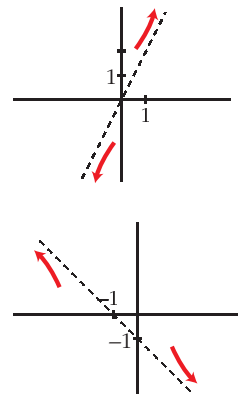


$$e) \frac{2x^3 - 3}{x^2 - 2} = 2x + \frac{4x - 3}{x^2 - 2}$$

Asíntota oblicua:  $y = 2x$

$$f) \frac{-2x^2 + 3}{2x - 2} = -x - 1 + \frac{1}{2x - 2}$$

Asíntota oblicua:  $y = -x - 1$



### PARA RESOLVER

**27** Calcula los límites de las siguientes funciones en los puntos que anulan su denominador:

$$a) f(x) = \frac{3x}{2x + 4}$$

$$b) f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}$$

$$c) f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

$$d) f(t) = \frac{t^3 - 2t^2}{t^2}$$

$$a) \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$$

$$b) f(x) = \frac{x - 1}{x(x - 2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$$c) f(x) = \frac{x(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$$

$$d) f(t) = \frac{t^2(t - 2)}{t^2}; \quad \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = -2$$

**28** Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a cada una de ellas:

$$a) y = \frac{(3 - x)^2}{2x + 1}$$

$$b) y = \frac{5x - 2}{2x - 7}$$

$$c) y = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$$

$$d) y = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$$

$$e) y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

$$f) y = \frac{3x^2}{x + 2}$$